# דוגמה

לחשב , ( שזה בעצם שווה ל)

# דוגמה

לחשב

נגדיר

מקסימום ומינימום של פונקציות של שני משתנים

# משפט

תהי מוגדרת בסביבת ובעלת נגזרות לחקיות רציפות מהסדר הראשון והשני. אזי קיים כך ש  
באשר

## הוכחה

נגדיר

# משפט

נניח שf מוגדרת בסביבת וגזירה ב. אם f מקבלת מקסימום מקומי או מינימום מקומי ב, אזי .

## הוכחה

הפונקציה מקבלת מקסימום או מינימום מקומי ב. לכן

# משפט

נניח שf מוגדרת בסביבת ובעלת נגזרות חלקיות רציפות מהסדר הראשון והשני שם. נניח בנוסף ש.  
נגדיר . אזי:

1. אם ו יש לf מינימום מקומי אמיתי ב.
2. אם ו יש לf מקסימום מקומי אמיתי ב.
3. אם , אין מקסימום ואין מינימום ב.
4. אם הכל יכול להיות.

## דוגמאות

## הוכחה

*באשר   
טענה: האגף הימני > 0 עבור מספיק קרוב ל אם ו  
 האגף הימני < 0 עבור מספיק קרוב ל אם ו  
 האגף הימני מקבל ערכים משני הסימנים בכל סביבה של אם*

*טענות: אם ו אזי לכל   
 אם ו אזי לכל   
 אם אזי בכל סביבה של יש נקודות כך ש*

*אם נקבע ונתבונן בQ כפונקציה של x. השורשים של ה*ם

1. *אם ו אזי עבור . יהי . נבחר כך שאם . אזי <m באשר*
2. *נבחר כך ש באשר*